

# 不學馬可夫就別在財金界混！！

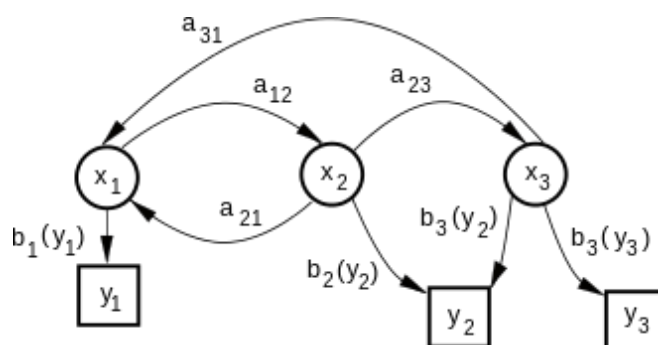
鉅亨網 總主筆 邱志昌博士

## 壹、前言

本文班門弄斧、標題挑釁、內容非常膚淺卑微；只渴望激勵求知、拋爛磚引美玉。國父孫中山先生說，革命基礎在高深學問；中國經改先師鄧小平同志說，黑貓白貓會抓老鼠的才是貓。但多日研究後卻發現本身落伍不堪；財務金融理論與實務，不僅仰賴數理統計學，還依靠非常多的數學、物理學、熱傳導等等；發展速度異常飛快。假日家庭聚餐中又被兒子「慎重」告知；「馬可夫隨機過程」與 AI 已緊密結合，早在 20 多年前就有「人工智慧、語言辨識系統」技術。數學可運用的遠界令人震驚；當下突然感覺人可能還算未老，但腦袋確實進入「石器時代」。

分析重大金融事件發生後連續性反應，可運用「間斷性」隨機過程(Discrete Stochastic Process)、即「馬可夫過程」(Markov process)。運用該項數學與統計機率論推理，可做財務數據性質的影響量化分析。透過這個方法可一步一步見到一個大事件、或是金融系統風險；對經濟或有價證券價格所具有的「連鎖性效應」。投資機構對金融有影響的「事件分析」，常因為要搶到操作時效的迫切，抓住先下手買賣先機，通常多是很直接去思考最後結果。但這些金融事件或系統風險，多需要一段時間才有明朗初步徵兆；而再從這些徵兆到實質效應，多需要不算短的時間過程；但因為這些風險對經理人有壓迫感，因此大多會感受焦急度日如年、坐如針氈。較小的事件如 1982 年拉丁美洲各國、與 1997 年亞洲金融危機，大約多需要幾個月以上的醞釀、衝擊與善後三階段過程；但在醞釀期金融市場就已風吹草動。

## 貳、危機雖然緊張、但從醞釀、衝擊到善後多需要時間與過程！



(圖一：俄羅斯數學家「馬可夫過程」圖示，維基百科)

例如後者由 1997 年 8 月到 1998 年初，亞洲金融風暴的起承轉合，為時至少約有一季以上時間；一直到 1998 年中俄羅斯的匯率盧布、與債券市場多還處於風暴中。而屬全球性系統風險過程，其所需時間又更長。如 2008 年全球金融風暴，從開始發生到 2009 年中才確定結束；所存續最大影響時間約有一年以上。即使在 8 年後的今天，部份商品價格仍然還受到影響，如油價、黃金價格、鐵礦砂等。這從中國大陸仍在進行「供給側改革」，及 Fed 還在處理 QE 政策後續退場問題就可理解。2008 年全球資產泡沫對 2017 年商品價格，還是具有遞延持續效應。

在現實金融市場中，搶先時效性的確要比、周全思考後才動作重要；所有金融情勢每天多是「不確定性」(Uncertainty)籠罩在上方。雖然孔子說「朝聞道、夕死可矣」，但對金融投資而言卻是「先下手」、比「後看準」還重要。對這些可能浮現的結果之前，因為人在事件緊張中、因此較少仔細抽絲剝繭。唯對正在發展過程中事件，如能運用量化動態方法，則可透視未來最有可能幾個數據，以此再做為明確因應準備，這樣下來的運作會更精準。但若在事後能再運用計量經濟學工具，對整個過程做回顧性分析研究，則可以獲得到一些重要「假說」(Hypothesis)。若未來必需再面對這些同類的風險時，透過這些假說的指

引就能更迅速客觀、周密做出完善操作策略。由思考路徑方法來看，「馬可夫過程」是一種向前推演的數學方法，這與「類神經」或「迴歸分析」存在顯著差異。「類神經」具有向後、就是在經驗學習之後獲得了經驗奧妙，反過來以其人之道反制奇人之上；而「迴歸分析」所推演出來的是一個單向、或是單點的預期數據。

「馬可夫過程」是隨時多有新變數進入，不斷溶入原有發展中、具有驅導與不斷修正與預測功能。這由圖一，維基百科圖形所顯示過程可獲知；從第一次果的應變數  $Y_1$  開始，它是來自第一個自變數  $X_1$  對它影響。而接下來第二次應變數  $Y_2$ ，則是來自於  $Y_1$  與第二個自變數  $X_2$  的交互影響；由此類推到最後的  $Y_n$ 。在這一連串過程中，每個自變數體系多有 1 到  $n$  個，因此  $X$  的自變數體系是由  $X_i$  或是  $X_j$ 、再由 1 到  $n$ ，如  $i_1$ 、 $i_2$  與  $i_3$  等，因此形成  $X_{i1}$ 、 $X_{i2}$ 、 $X_{i3}$  等等。間斷的時間序列對應到的自變數資料，不是類似「迴歸分析」時間序列群，而是存在「機率分配」(Probability Distribution)型態。這在「馬可夫過程」中含有橫與縱向「機率矩陣」 $P_{i1}$ 、 $P_{i2}$  與  $P_{i3}$  等。

所謂「間斷」Discrete 是指可運用加、減、乘、除等等運算；就如使用 $\Sigma$  (Summation)等。但連續 Continuous 的時間序列、其相對應的數學工具則可為微分或是積分方程。財務計量的推演較喜歡使用連續性工具，尤其是涉及到次級交易市場的「微結構分析」(Micro Structure Analysis)，運用大量以「微秒」為時間單位驗證出來假說，這種行為準則會有不斷存在被引用 Citation 價值。其實在一個具有流動性股市中，除非是興櫃市場、就是未上市，否則在上市集中或上櫃市場中，每一分每一秒多在進行交易；這便是數學家可運用微積分工具發揮的場域。所有財務金融理論，一旦獲得高等數學分析加持後，它的發展遠景將無可限量。因為它可擴大運用的詮釋、或是發展就很深遠了。由「馬可夫過程」邏輯去檢視金融大事件時，可將真實金融世界推理到立體且多層次的思考。

### 參、在現實的戰鬥中，善用數學理論推演就是智慧與前瞻！



(圖二：美元兌換墨西哥披索月曲線圖，鉅亨網)

例如在計量經濟學教科書中，曾提及 1982 年拉丁美洲國家金融危機；就是使用「馬可夫過程」進行詮釋。其實近二十多年以來，每次美元升息、貨幣政策由寬鬆趨於緊縮，多曾引發新興市場高債務國家金融風險，因為以美元計價的外債金額增加了。在 1982、及 1994 年多因美元升息、或緊縮貨幣政策而發生拉丁美洲金融危機；墨西哥、阿根廷、委內瑞拉等債務危機事件。美元升值會使墨西哥外債增加，進而使進出墨西哥國際外資「進入之後又退出」，行為模式常是這樣周而復始。外資在大幅貶值近落底前後，將資金投入新興市場；而在匯率反轉前後又迅速退出該經濟體。墨西哥貨幣披索兌換美元匯率，常因為這樣而劇烈波動。1982 年披索兌換美元匯率，先是呈現突發性的一段劇跌，到達第一個底部區後呈現盤整格局，再經歷一段不算短橫向整理後，再度繼續向下貶值下跌。



(圖三：台積電股價月 K 線圖，鉅亨網首頁)

一、如果以「馬可夫過程」理論詮釋危機，則墨西哥貨幣危機主要自變數，也就是馬可夫過程自變數  $X$  是，匯率、債券、及股市等系列下跌；這些自變數多是一系列的。墨西哥披索貨幣的匯率，必然含有兌換美元、兌換日圓、及兌換馬克、兌換法郎等等；而債券市場也是多層次族群，有公司債與公債、有長天期、也有短天期的等等；其中還可區分為 2 個月、與 10、30 年等。股市則還可區分為金融、鋼鐵等類股指數等。二、這樣設計的馬可夫模型，其應變數為這些資產的個別指數報酬率總合、就是市場投資組合報酬率為代表。建立上述概念後，將這些動態自變數所可能發生的機率，以「轉換機率矩陣」方式表示；若此則這個轉換機率矩陣與自變數、及應變數矩陣就形成等式關係。隨著轉換機率矩陣內的內容變化、及每個階段自變數演變後的再融入，應變數矩陣自然會呈現非常多樣化結果。馬可夫過程是一種描述間斷的數據 Time Series 的一種過程 Discrete time series；維基百科說，它是為由俄國數學家安德雷·馬可夫所發現。馬可夫是以數學的特性檢視隨機過程，是否在這些過程發展中符合條件機率；未來的狀態只與目前有關、但與歷史狀態無涉的機率統計論；它具備有一階與二階兩種類別特性。這項數學思維與 GARCH 或是 ARCH 計量分析

不同，GARCH 認為未來有價證券的價格，會與當下之前一些未察覺的變數有關，而這一些變數就藏在殘差項(Errors Item)中，只要運用 GARCH 將殘差項抽絲剝繭，就可以從中再精確發現到應變數的秘密。如果運用馬可夫過程預測或詮釋未來股價，它會告訴我們台積電未來股價，與現在及未來狀態 State 有關，與過去輝煌無關。

#### 肆、結論：跨國金融投資更該善用「馬可夫過程」等數學邏輯與理念！

人類對事件的思考模式通常多只是線性的，頂多是平面、就是將所有立場多融入思考；很少會是「立體」或是「動態」。所謂「立體」思考方式是從不同「系統」，如經濟理論、財務金融實務、數學統計與計量工具，去處理金融投資決策。而「動態」則是將初步結果，做為下次決策的自變數，不斷地 Recycle、最後像是滾雪球一般，做出最後決策。在國際會議上，本文常見到最聰明表達論述是立體式思考。動態性思考會有一步一腳印刻板模式，在求取正確對應策略上速度較落後，但在解決問題的方向上較貼近現實。這也因此為何人多不必為了昨日的不愉快而耿耿於懷的原因；因為事情最後總不是我們想像那樣。事件的變化過程中會有化學反應，多是像「馬可夫過程」般不斷有新變數浮現後融入、融入又浮現、浮現又融入。



(圖四：日經 225 股價指數短線起漲於 2017 年 4 月 15 日，鉅亨網)

舉例說明，當我們特別專注某個金融有價證券投資時，常忽略周邊新的重要變數。例如當我們在享受，日經 225 股價指數上揚時；可能忽略了日圓兌換美元是升值，但兌換新台幣匯率卻是奔向貶值。最後將帳面獲利兌換回新台幣後才發現，股票與基金投資獲利金額，卻因日圓兌換新台幣匯率貶值、而由大賺變成小賺。因此當無法分散的系統性風險來襲時，應該盤點的是所有變數的馬可夫邏輯；自變與應變數的交叉變動，而不是只針對自己手上、所持有的單一資產價格變數。例如當 2008 年金融風暴時，亞洲貨幣通通兌換美元貶值，則日圓與新台幣、及人民幣與新台幣之間變化？這些變動是多元交叉混合的；這不僅是有價證券組群變動，也有涉及到實質資產價格變動。就購買力觀點，或許因為實質資產跌價；雖然匯率貶值、但貨幣的購買力並沒有減少。不管由財務理論常用「事件分析法」，或是長期性的經濟 IS-LM 模型變化，數學工具不盡然要用到全盤鉅細靡遺，只要抓住它所要表達推理的精髓；便可實事求是、緊緊貼事件全部過程、做出最適當因應策略？

(提醒：本文是為財金專業研究分享，非投資建議書；不為任何引用本文為行銷或投資損益背書。)